**Ejercicios sobre estadística descriptiva**

1. **Ejercicios sobre Tablas de Frecuencia**

**1** Las puntuaciones obtenidas por un grupo en una prueba han sido:

\displaystyle 15, 20, 15, 18, 22, 13, 13, 16, 15, 19, 18, 15, 16, 20, 16, 15, 18, 16, 14, 13.

Construir la tabla de **distribución de frecuencias** y dibujar el **polígono de frecuencias**.

Solución

Las puntuaciones obtenidas por un grupo en una prueba han sido:

\displaystyle 15, 20, 15, 18, 22, 13, 13, 16, 15, 19, 18, 15, 16, 20, 16, 15, 18, 16, 14, 13.

Construir la **tabla de distribución de frecuencias** y dibuja el  
**polígono de frecuencias**.

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| x_i | Recuento | f_i | F_i | n_i | N_i |
| 13 | \text{III} | 3 | 3 | 0.15 | 0.15 |
| 14 | \text{I} | 1 | 4 | 0.05 | 0.20 |
| 15 | \text{V} | 5 | 9 | 0.25 | 0.45 |
| 16 | \text{IIII} | 4 | 13 | 0.20 | 0.65 |
| 18 | \text{III} | 3 | 16 | 0.15 | 0.80 |
| 19 | \text{I} | 1 | 17 | 0.05 | 0.85 |
| 20 | \text{II} | 2 | 19 | 0.10 | 0.95 |
| 22 | \text{I} | 1 | 20 | 0.05 | 1 |
|  |  | 20 |  |  |  |

* + En la cuarta columna disponemos la frecuencia acumulada F_i.

* + En la primera casilla colocamos la primera frecuencia absoluta.

* + En la segunda casilla sumamos el valor de la frecuencia acumulada anterior más la frecuencia absoluta correspondiente y así sucesivamente hasta la última, que tiene que ser igual a N = 20.

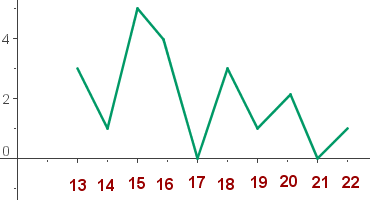
* + En la quinta columna disponemos las frecuencias relativas, n_i, que  
    son el resultado de dividir cada frecuencia absoluta por N.

* + En la sexta columna disponemos la frecuencia relativa acumulada N_i.

* + En la primera casilla colocamos la primera frecuencia relativa.
  + En la segunda casilla sumamos el valor de la frecuencia relativa acumulada anterior más la frecuencia relativa acumulada correspondiente y así sucesivamente hasta la última, que tiene que ser igual a 1.

**Polígono de frecuencias**

En eje de abscisas van los datos y en el de ordenadas las frecuencias absolutas



**2** El número de estrellas de los hoteles de una ciudad viene dado por la siguiente serie:

 \begin{align*} & 3, 3, 4, 3, 4, 3, 1, 3, 4, 3, 3, 3, 2, 1, 3, 3, 3, 2, 3, 2, 2, 3, 3, 3, 2, 2, 2,\\ & 2, 2, 3, 2, 1, 1, 1, 2, 2, 4, 1. \end{align*} 

Construir la tabla de **distribución de frecuencias** y dibuja el **diagrama de barras**.

Solución

El número de estrellas de los hoteles de una ciudad viene dado por la siguiente serie:

 \begin{align*} & 3, 3, 4, 3, 4, 3, 1, 3, 4, 3, 3, 3, 2, 1, 3, 3, 3, 2, 3, 2, 2, 3, 3, 3, 2, 2, 2,\\ & 2, 2, 3, 2, 1, 1, 1, 2, 2, 4, 1. \end{align*} 

Pasos para construir la **tabla de distribución de frecuencias** y dibujar el **diagrama de barras**.

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| x_i | Recuento | f_i | F_i | n_i | N_i |
| 1 | \text{VI} | 6 | 6 | 0.158 | 0.158 |
| 2 | \text{XII} | 12 | 18 | 0.316 | 0.474 |
| 3 | \text{XVI} | 16 | 34 | 0.421 | 0.895 |
| 4 | \text{IIII} | 4 | 38 | 0.105 | 1 |
|  |  | 38 |  | 1 |  |

* + En la cuarta columna disponemos la frecuencia acumulada F_i.

* + En la primera casilla colocamos la primera frecuencia absoluta.

* + En la segunda casilla sumamos el valor de la frecuencia acumulada anterior más la frecuencia absoluta correspondiente y así sucesivamente hasta la última, que tiene que se igual a N = 38.

* + En la quinta columna disponemos las frecuencias relativas (n_i) que  
    son el resultado de dividir cada frecuencia absoluta por N.

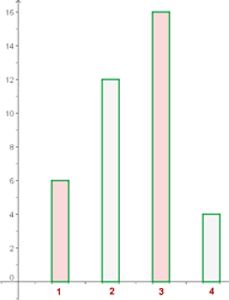
* + En la sexta columna disponemos la frecuencia relativa acumulada N_i.

* + En la primera casilla colocamos la primera frecuencia relativa.

* En la segunda casilla sumamos el valor de la frecuencia relativa acumulada anterior más la frecuencia relativa acumulada correspondiente y así sucesivamente hasta la última, que tiene que ser igual a 1.

**Diagrama de barras**

En eje de abscisas van los datos y en el de ordenadas las frecuencias absolutas.



**3** Las calificaciones de 50 alumnos han sido las siguientes:

 \begin{align*} & 5, 2, 4, 9, 7, 4, 5, 6, 5, 7, 7, 5, 5, 2, 10, 5, 6, 5, 4, 5, 8, 8, 4, 0, 8, 4, 8, 6, 6,\\ & 3, 6, 7, 6, 6, 7, 6, 7, 3, 5, 6, 9, 6, 1, 4, 6, 3, 5, 5, 6, 7. \end{align*} 

Construir la **tabla de distribución de frecuencias** y dibuja el **diagrama de barras**.

Solución

Las calificaciones de 50 alumnos han sido las siguientes:

 \begin{align*} & 5, 2, 4, 9, 7, 4, 5, 6, 5, 7, 7, 5, 5, 2, 10, 5, 6, 5, 4, 5, 8, 8, 4, 0, 8, 4, 8, 6, 6,\\ & 3, 6, 7, 6, 6, 7, 6, 7, 3, 5, 6, 9, 6, 1, 4, 6, 3, 5, 5, 6, 7. \end{align*} 

Pasos para construir la **tabla de distribución de frecuencias** y dibujar el  
**diagrama de barras**.

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| x_i | f_i | F_i | n_i | N_i |
| 0 | 1 | 1 | 0.02 | 0.02 |
| 1 | 1 | 2 | 0.02 | 0.04 |
| 2 | 2 | 4 | 0.04 | 0.08 |
| 3 | 3 | 7 | 0.06 | 0.14 |
| 4 | 6 | 13 | 0.12 | 0.26 |
| 5 | 11 | 24 | 0.22 | 0.48 |
| 6 | 12 | 36 | 0.24 | 0.72 |
| 7 | 7 | 43 | 0.14 | 0.86 |
| 8 | 4 | 47 | 0.08 | 0.94 |
| 9 | 2 | 49 | 0.04 | 0.98 |
| 10 | 1 | 50 | 0.02 | 1 |
|  | 50 |  | 1 |  |

* + En la cuarta columna disponemos la frecuencia acumulada F_i.

* + En la primera casilla colocamos la primera frecuencia absoluta.

* + En la segunda casilla sumamos el valor de la frecuencia acumulada anterior más la frecuencia absoluta correspondiente y así sucesivamente hasta la última, que tiene que se igual a N = 50.

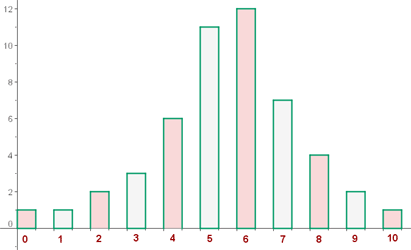
* + En la quinta columna disponemos las frecuencias relativas (n_i) que son el resultado de dividir cada frecuencia absoluta por N.

* + En la sexta columna disponemos la frecuencia relativa acumulada N_i.

* + En la primera casilla colocamos la primera frecuencia relativa.
  + En la segunda casilla sumamos el valor de la frecuencia relativa acumulada anterior más la frecuencia relativa acumulada correspondiente y así sucesivamente hasta la última, que tiene que ser igual a 1

**Diagrama de barras**

En eje de abscisas van los datos y en el de ordenadas las frecuencias absolutas.



1. **Ejercicios de tabla de frecuencias, histograma y polígonos de frecuencias**

**1**Los pesos de los 65 empleados de una fábrica vienen dados por la siguiente tabla:

|  |  |
| --- | --- |
| Peso | f_i |
| [50, 60) | 8 |
| [60, 70) | 10 |
| [70, 80) | 16 |
| [80,90) | 14 |
| [90, 100) | 10 |
| [100, 110) | 5 |
| [110, 120) | 2 |

**a)** Construir la **tabla de frecuencias**.

**b)** Representar el **histograma** y el **polígono de frecuencias**.

Solución

Los pesos de los 65 empleados de una fábrica vienen dados por la siguiente tabla:

|  |  |
| --- | --- |
| Peso | f_i |
| [50, 60) | 8 |
| [60, 70) | 10 |
| [70, 80) | 16 |
| [80,90) | 14 |
| [90, 100) | 10 |
| [100, 110) | 5 |
| [110, 120) | 2 |

**a)**Construir la **tabla de frecuencias**.

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | x_i | f_i | F_i | n_i | N_i |
| [50, 60) | 55 | 8 | 8 | 0.12 | 0.12 |
| [60, 70) | 65 | 10 | 18 | 0.15 | 0.27 |
| [70, 80) | 75 | 16 | 34 | 0.24 | 0.51 |
| [80,90) | 85 | 14 | 48 | 0.22 | 0.73 |
| [90, 100) | 95 | 10 | 58 | 0.15 | 0.88 |
| [100, 110) | 105 | 5 | 63 | 0.08 | 0.96 |
| [110, 120) | 115 | 2 | 65 | 0.03 | 0.99 |
|  |  | 65 |  |  |  |

* + En la cuarta columna disponemos la frecuencia acumulada F_i.

* + En la primera casilla colocamos la primera frecuencia absoluta.

* + En la segunda casilla sumamos el valor de la frecuencia acumulada anterior más la frecuencia absoluta correspondiente y así sucesivamente hasta la última, que tiene que se igual a N = 65.

* + En la quinta columna disponemos las frecuencias relativas (n_i) que son el resultado de dividir cada frecuencia absoluta por N.

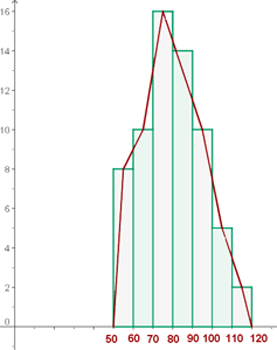
* + En la sexta columna disponemos la frecuencia relativa acumulada N_i.

* + En la primera casilla colocamos la primera frecuencia relativa.
  + En la segunda casilla sumamos el valor de la frecuencia relativa acumulada anterior más la frecuencia relativa acumulada correspondiente y así sucesivamente hasta la última, que tiene que ser igual a 1.

**b)**Representar el **histograma** y el **polígono de frecuencias**.

**Histograma**

El polígono de frecuencias lo construimos uniendo los puntos medios de cada rectángulo



**2**Los  40  alumnos de una clase han obtenido las siguientes puntuaciones sobre 50, en un examen de Física.

 \begin{align*} & 3, 35, 30, 37, 27, 31, 41, 20, 16, 26, 45, 37, 9, 41, 28, 21, 31, 35, 10, 26, 11,\\ & 34, 36, 12, 22, 17, 33, 43, 19, 48, 38, 25, 36, 32, 38, 28, 30, 36, 39, 40. \end{align*} 

**a)**Construir la **tabla de frecuencias**.

**b)** Dibujar el **histograma** y el **polígono de frecuencias**

Solución

Los  40  alumnos de una clase han obtenido las siguientes puntuaciones sobre 50, en un examen de Física.

 \begin{align*} & 3, 35, 30, 37, 27, 31, 41, 20, 16, 26, 45, 37, 9, 41, 28, 21, 31, 35, 10, 26, 11,\\ & 34, 36, 12, 22, 17, 33, 43, 19, 48, 38, 25, 36, 32, 38, 28, 30, 36, 39, 40. \end{align*} 

**a)**Construir la **tabla de frecuencias**.

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | x_i | f_i | F_i | n_i | N_i |
| [0, 5) | 2.5 | 1 | 1 | 0.025 | 0.025 |
| [5, 10) | 7.5 | 1 | 2 | 0.025 | 0.050 |
| [10, 15) | 12.5 | 3 | 5 | 0.075 | 0.125 |
| [15, 20) | 17.5 | 3 | 8 | 0.075 | 0.200 |
| [20, 25) | 22.5 | 3 | 11 | 0.075 | 0.275 |
| [25, 30) | 27.5 | 6 | 17 | 0.150 | 0.425 |
| [30, 35) | 32.5 | 7 | 24 | 0.175 | 0.600 |
| [35, 40) | 37.5 | 10 | 34 | 0.250 | 0.850 |
| [40, 45) | 47.5 | 4 | 38 | 0.100 | 0.950 |
| [45, 50) | 47.5 | 2 | 40 | 0.050 | 1.000 |
|  |  | 40 |  | 1 |  |

* + En la cuarta columna disponemos la frecuencia acumulada F_i.

* + En la primera casilla colocamos la primera frecuencia absoluta.

* + En la segunda casilla sumamos el valor de la frecuencia acumulada anterior más la frecuencia absoluta correspondiente y así sucesivamente hasta la última, que tiene que se igual a N = 40.

* + En la quinta columna disponemos las frecuencias relativas (n_i) que son el resultado de dividir cada frecuencia absoluta por N.

* + En la sexta columna disponemos la frecuencia relativa acumulada N_i.

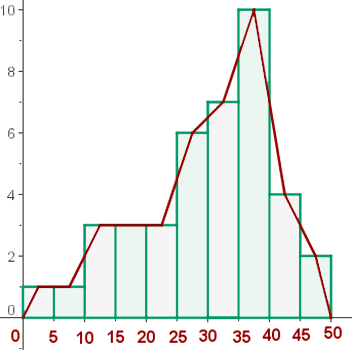
* + En la primera casilla colocamos la primera frecuencia relativa.

* En la segunda casilla sumamos el valor de la frecuencia relativa acumulada anterior más la frecuencia relativa acumulada correspondiente y así sucesivamente hasta la última, que tiene que ser igual a 1.

**b)**Dibujar el **histograma** y el **polígono de frecuencias**.

**Histograma**

El polígono de frecuencias lo construimos uniendo los puntos medios de cada rectángulo



1. **Ejercicios sobre medidas de tendencia central**

**1**Sea una distribución estadística que viene dada por la siguiente tabla:

|  |  |
| --- | --- |
| x_i | f_i |
| 61 | 5 |
| 64 | 18 |
| 67 | 42 |
| 70 | 27 |
| 73 | 8 |

**Calcular:**

**a)** La **moda, mediana y media**.

**b)** El **rango, desviación media, varianza y desviación típica**.

Solución

Sea una **distribución estadística** que viene dada por la siguiente **tabla**:

|  |  |
| --- | --- |
| x_i | f_i |
| 61 | 5 |
| 64 | 18 |
| 67 | 42 |
| 70 | 27 |
| 73 | 8 |

**Calcular**:

**a)**La **moda, mediana y media**.

**b)**El **rango, desviación media, varianza y desviación típica**.

Completamos la tabla con:

* + La frecuencia acumulada (F_i) para calcular la mediana

* + El producto de la variable por su frecuencia absoluta (x_i f_i) para calcular la media

* + La desviación respecto a la media \left( |x - \overline{x}| \right) y su producto por la frecuencia absoluta \left( |x - \overline{x}| f_i \right)  para calcular la desviación media

* El producto de la variable al cuadrado por su frecuencia absoluta (x_i^2 f_i) para calcular la varianza y la desviación típica

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| x_i | f_i | F_i | x_i f_i | |x_i - \overline{x}| | |x_i - \overline{x}| f_i | x_i^2 f_i |
| 61 | 5 | 5 | 305 | 6.45 | 32.25 | 18605 |
| 64 | 18 | 23 | 1152 | 3.45 | 62.10 | 73728 |
| 67 | 42 | 65 | 2814 | 0.45 | 18.90 | 188538 |
| 71 | 27 | 92 | 1890 | 2.55 | 68.85 | 132300 |
| 73 | 8 | 100 | 584 | 5.55 | 44.40 | 42632 |
|  | 100 |  | 6745 |  | 226.50 | 455803 |

**Moda**

La moda es el valor que tiene mayor frecuencia absoluta.

Miramos en la columna de las f_i y la frecuencia absoluta mayor, 42,corresponde a x_i = 67.

**\text{Moda} = 67.**

**Mediana**

Para calcular la mediana dividimos N = 100 entre 2 y vemos que la casilla de las F_i donde se encuentra que la F_i mas cercana a 50 es 65 y corresponde a x_i = 67.

\frac{100}{2} = 50

**\text{Mediana} = 67**

**Media**

Calculamos la sumatoria de la variable por su frecuencia absoluta (x_i f_i) que es 6745 y la dividimos por N = 100.

\overline{x} = \frac{6745}{100} = 67.45

**Desviación media**

Calculamos la sumatoria de los productos de desviaciones respecto a la media por sus frecuencias absolutas correspondientes \left( |x_i - \overline{x}| f_i \right) que es 226.5 y dividimos por N.

D_{\overline{x}} = \frac{226.5}{100} = 2.265

**Rango**

Realizamos la la diferencia entre el mayor y el menor de los valores

r = 73 - 61 = 12.

**Varianza**

Calculamos la sumatoria de x_i^2 f_i = 455803, la dividimos por N = 100 y al resultado le restaremos la media aritmética al cuadrado (67.45)^2

\sigma^2 = \frac{455803}{100} - 67.45^2 = 8.53.

**Desviación típica**

Hacemos la raíz cuadrada de la varianza

\sigma = \sqrt{8.53} = 2.95

**2**Calcular la **media**, la **mediana** y la **moda** de la siguiente serie de números:

\displaystyle 5, 3, 6, 5, 4, 5, 2, 8, 6, 5, 4, 8, 3, 4, 5, 4, 8, 2, 5, 4.

Solución

Calcular la **media**, la **mediana** y la **moda** de la siguiente serie de números:

\displaystyle 5, 3, 6, 5, 4, 5, 2, 8, 6, 5, 4, 8, 3, 4, 5, 4, 8, 2, 5, 4.

Creamos una tabla con las siguientes columnas:

* + Los valores de la variable (\qquad x_i \qquad).

* + Las frecuencias absolutas (\qquad f_i \qquad).

* + Las frecuencias acumuladas (\qquad F_i \qquad) para calcular la mediana.

* El producto de la variable por su frecuencia absoluta (\qquad x_i f_i\qquad) para calcular la media.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| x_i | f_i | F_i | x_i f_i |
| 2 | 2 | 2 | 4 |
| 3 | 2 | 4 | 6 |
| 4 | 5 | 9 | 20 |
| 5 | 6 | 15 | 30 |
| 6 | 2 | 17 | 12 |
| 8 | 3 | 20 | 24 |
|  | 20 |  | 96 |

**Moda**

La moda es el valor que tiene mayor frecuencia absoluta.

Miramos en la columna de las f_i y la frecuencia absoluta mayor, 6, corresponde a x_i = 5.

\text{Moda} = 5.

**Mediana**

Para calcular la mediana dividimos N = 20 entre 2 y vemos que la casilla de las F_i donde se encuentra 10 corresponde a x_i = 5.

\text{Mediana} = 5.

**Media**

Calculamos la sumatoria de la variable por su frecuencia absoluta (x_i f_i) que es 96 y la dividimos por N.

\overline{x} = \frac{96}{20} = 4.8.

**3**Hallar la **varianza y la desviación típica** de la siguiente serie de datos:

\displaystyle 12, 6, 7, 3, 15, 10, 18, 5.

Solución

Hallar la **varianza** y la **desviación típica** de la siguiente serie de datos:

\displaystyle 12, 6, 7, 3, 15, 10, 18, 5.

Calculamos la media aritmética:

\displaystyle \overline{x} = \frac{12 + 6 + 7 + 3 + 15 + 10 + 18 + 5}{8} = 9.5.

Aplicamos la fórmula de la varianza:

\displaystyle \sigma^2 = \frac{12^2 + 6^2 + 7^2 + 3^2 + 15^2 + 10^2 + 18^2 + 5^2}{8} - 9.5^2 = 23.75.

Realizamos la raíz cuadrada de la varianza:

\displaystyle \sigma = \sqrt{23.75} \approx 4.87.

**4**Hallar la **media, mediana y moda** de la siguiente serie de números:

\displaystyle 3, 5, 2, 6, 5, 9, 5, 2, 8, 6.

Solución

Hallar la **media, mediana y moda** de la siguiente serie de números:

\displaystyle 3, 5, 2, 6, 5, 9, 5, 2, 8, 6.

**Moda**

La moda es 5 porque es el valor que más se repite.

\displaystyle \text{Moda} = 5.

**Mediana**

La serie tiene un número par de puntuaciones, la mediana será la media entre las dos puntuaciones centrales.

\displaystyle \text{Mediana} = \frac{5 + 5}{2} = 5.

**Media**

Aplicamos la fórmula de la media.

\displaystyle \overline{x} = \frac{3 + 5 + 2 + 6 + 5 + 9 + 5 + 2 + 8 + 6}{10} = 5.1.

**5**Hallar la **desviación media, la varianza y la desviación típica**de la series de números siguientes:

**1**  2, 3, 6, 8, 11.

**2**  12, 6, 7, 3, 15, 10, 18, 5.

Solución

Hallar la **desviación media, la varianza y la desviación típica**de la series de números siguientes:

**1** 2, 3, 6, 8, 11.

**Media**

\displaystyle \overline{x} = \frac{2 + 3 + 6 + 8 + 11}{5} = 6.

**Desviación media**

\displaystyle D_{\overline{x}} = \frac{|2 - 6| + |3 - 6 | + |6 - 6| + |8 - 6| + |11 - 6|}{5} = 2.8 .

**Varianza**

\displaystyle \sigma^2 = \frac{2^2 + 3^2 + 6^2 + 8^2 + 11^2}{5} - 6^2 = 10.8 .

**Desviación típica**

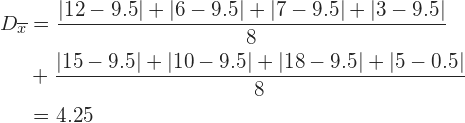
\displaystyle \sigma = \sqrt{\sigma^2} = \sqrt{10.8} \approx 3.286.

**2** 12, 6, 7, 3, 15, 10, 18, 5.

**Media**

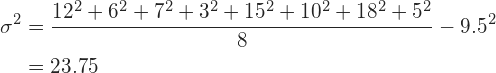
\displaystyle \overline{x} = \frac{12 + 6 + 7 + 3 + 15 + 10 + 18 + 5}{8} = 9.5.

**Desviación media**



.

**Varianza**



**Desviación típica**

\displaystyle \sigma = \sqrt{\sigma^2} = \sqrt{23.75} \approx 4.87.

**6**Se ha aplicado un test a los empleados de una fábrica, obteniéndose la siguiente tabla:

|  |  |
| --- | --- |
|  | f_i |
| [38, 44) | 7 |
| [44, 50) | 8 |
| [50, 56) | 15 |
| [56, 62) | 25 |
| [62, 68) | 18 |
| [68, 74) | 9 |
| [74, 80) | 6 |

Dibujar el **histograma** y el **polígono de frecuencias acumuladas**.

Solución

Se ha aplicado un test a los empleados de una fábrica, obteniéndose las siguiente tabla:

|  |  |
| --- | --- |
|  | f_i |
| [38, 44) | 7 |
| [44, 50) | 8 |
| [50, 56) | 15 |
| [56, 62) | 25 |
| [62, 68) | 18 |
| [68, 74) | 9 |
| [74, 80) | 6 |

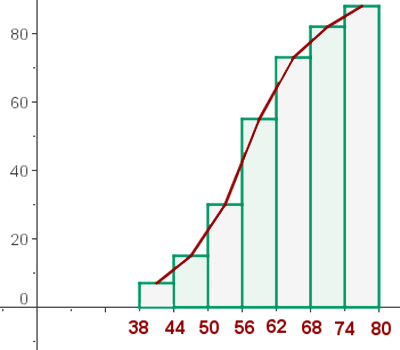
Dibujar el **histograma y el polígono de frecuencias acumuladas**.

Agregamos una nueva columna donde disponemos las frecuencias acumuladas (F_i):

En la primera casilla colocamos la primera frecuencia absoluta.

En la segunda casilla sumamos el valor de la frecuencia acumulada anterior más la frecuencia absoluta correspondiente y así sucesivamente hasta la última, que tiene que ser igual a N = 88.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | f_i | F_i |
| [38, 44) | 7 | 7 |
| [44, 50) | 8 | 15 |
| [50, 56) | 15 | 30 |
| [56, 62) | 25 | 55 |
| [62, 68) | 18 | 73 |
| [68, 74) | 9 | 82 |
| [74, 80) | 6 | 88 |
|  | 88 |  |



¿Necesitas [clases particulares matematicas](https://www.superprof.es/clases/matematicas/espana/)? ¡En Superprof te encontramos al profesor que mejor se adapte a lo que buscas!

**7**Dadas las series estadísticas:

**a)**  3, 5, 2, 7, 6, 4, 9.

**b)**  3, 5, 2, 7, 6, 4, 9, 1.

Calcular

* + La moda, la mediana y la media.

* + La desviación media, la varianza y la desviación típica.

* + Los cuartiles 1 y 3.

* + Los deciles 2 y 7.
  + Los percentiles 32 y 85.

Solución

Dadas las series estadísticas:

**a)**  3, 5, 2, 7, 6, 4, 9.

**b)**  3, 5, 2, 7, 6, 4, 9, 1.

Calcular

* + La moda, la mediana y la media.

* + La desviación media, la varianza y la desviación típica.

* + Los cuartiles 1 y 3.

* + Los deciles 2 y 7.

* Los percentiles 32 y 85.

**a)**  3, 5, 2, 7, 6, 4, 9.

**Moda**

**No** existe **moda** porque todas las puntuaciones tienen la misma frecuencia.

**Mediana**

Ordenando los datos tenemos:

\displaystyle 2, 3, 4, 5, 6, 7, 9.

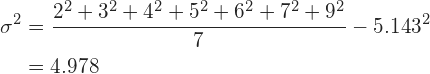
Por lo tanto la mediana es

\displaystyle \text{Mediana} = 5.

**Media**

\displaystyle \overline{x} = \frac{2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 9}{7} = 5.143 

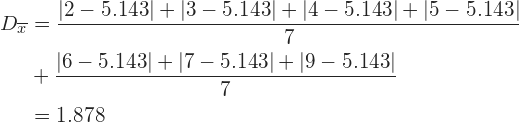
**Varianza**



**Desviación típica**

 \begin{align*} \sigma &= \sqrt{4.978}\\ &\approx 2.231 \end{align*} 

**Desviación media**



**Rango**

\displaystyle R = 9 - 2 = 7

**Cuartiles**

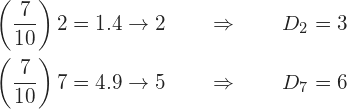
\displaystyle 2, \underbrace{3}_{Q_1}, 4, \underbrace{5}_{Q_2}, 6, \underbrace{7}_{Q_3}, 9 

**Deciles**

Tenemos que la fórmula para la posición de los deciles está dada por

\displaystyle \left( \frac{N}{10}\right) n

Por lo tanto, los deciles que buscamos están en las posiciones:

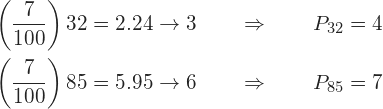


**Percentiles**

Tenemos que la fórmula para la posición de los percentiles está dada por

\displaystyle \left( \frac{N}{100}\right) n

Por lo tanto, los percentiles que buscamos están en las posiciones:



**b)**  3, 5, 2, 7, 6, 4, 9, 1.

**Moda**

**No** existe **moda** porque todas las puntuaciones tienen la misma frecuencia.

**Mediana**

Ordenando los datos tenemos:

\displaystyle 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 9.

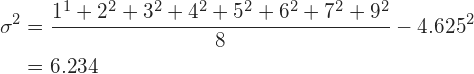
Por lo tanto la mediana es

\displaystyle \text{Mediana} = \frac{4 + 5}{2} = 4.5.

**Media**

\displaystyle \overline{x} = \frac{1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 9}{8} = 4.625 

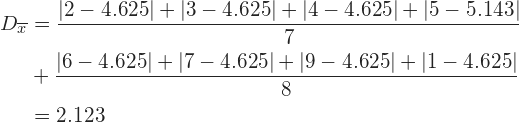
**Varianza**



**Desviación típica**

 \begin{align*} \sigma &= \sqrt{6.234}\\ &\approx 2.497 \end{align*} 

**Desviación media**



**Rango**

\displaystyle R = 9 - 1 = 8

**Cuartiles**

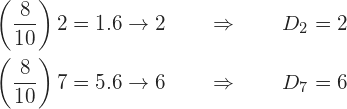
\displaystyle 1, \underbrace{2, 3}_{Q_1 = 2.5}, \underbrace{4, 5}_{Q_2 = 4.5}, \underbrace{6, 7}_{Q_3 = 6.5}, 9 

**Deciles**

Tenemos que la fórmula para la posición de los deciles está dada por

\displaystyle \left( \frac{N}{10}\right) n

Por lo tanto, los deciles que buscamos están en las posiciones:

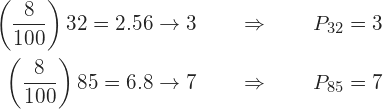


**Percentiles**

Tenemos que la fórmula para la posición de los percentiles está dada por

\displaystyle \left( \frac{N}{100}\right) n

Por lo tanto, los percentiles que buscamos están en las posiciones:



**8** Una distribución estadística viene dada por la siguiente tabla:

|  |  |
| --- | --- |
|  | f_i |
| [10, 15) | 3 |
| [15, 20) | 5 |
| [20, 25) | 7 |
| [25, 30) | 4 |
| [30, 35) | 2 |

Hallar:

**a)** La **moda, mediana** y **media**.

**b)** El **rango**, **desviación media** y **varianza**.

**c)** Los **cuartiles** 1 \qquad  y  \qquad 3.

**d)** Los **deciles**  \qquad 3 \qquad  y  \qquad 6.

**e)** Los **percentiles**  \qquad 30 \qquad  y  \qquad 70.

Solución

Una distribución estadística viene dada por la siguiente tabla:

|  |  |
| --- | --- |
|  | f_i |
| [10, 15) | 3 |
| [15, 20) | 5 |
| [20, 25) | 7 |
| [25, 30) | 4 |
| [30, 35) | 2 |

Hallar:

**a)** La **moda, mediana** y **media**.

**b)** El **rango**, **desviación media** y **varianza**.

**c)** Los **cuartiles** 1 \qquad  y  \qquad 3.

**d)** Los **deciles**  \qquad 3 \qquad  y  \qquad 6.

**e)** Los **percentiles**  \qquad 30 \qquad  y  \qquad 70.

Completamos la tabla con:

La frecuencia acumulada (F_i) para calcular la mediana.

El producto de la variable por su frecuencia absoluta (x_i f_i) para calcular la media.

La desviación respecto a la media  \qquad \left( \left| x - \overline{x} \right| \right) \qquad  y su producto por la frecuencia absoluta  \qquad \left( \left| x - \overline{x} \right| \right) f_i \qquad  para calcular la desviación media

El producto de la variable al cuadrado por su frecuencia absoluta (x_i^2 f_i) para calcular la varianza y la desviación típica

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | x_i | f_i | F_i | x_i f_i | \qquad \left| x - \overline{x} \right| f_i \qquad | x_i^2 f_i |
| [10, 15) | 12.5 | 3 | 3 | 37.5 | 27.857 | 468.75 |
| [15, 20) | 17.5 | 5 | 8 | 87.5 | 21.429 | 1537.3 |
| [20, 25) | 22.5 | 7 | 15 | 157.5 | 5 | 3543.8 |
| [25, 30) | 27.5 | 4 | 19 | 110 | 22.857 | 3025 |
| [30, 35) | 32.5 | 2 | 21 | 65 | 21.429 | 2112.5 |
|  |  | 21 |  | 457.5 | 98.571 | 10681.25 |

**Moda**

En primer lugar buscamos el intervalo donde se encuentra la moda, que será el intervalo que tenga la mayor frecuencia absoluta (f_i)

La clase modal es: [20, 25)

Aplicaremos la fórmula para el cálculo de la moda para datos agrupados, extrayendo los siguientes datos:

\text{Límite inferior} = 20.

f_i = 7.

f_{i-1} = 5.

f_{i + 1} = 4.

a_i = 5.

\displaystyle \text{Moda} = 20 + \left( \frac{7 - 5}{(7 - 5) + (7 - 4)} \right) (5) = 22 

**Mediana**

Buscamos el intervalo donde se encuentra la mediana, para ello dividimos la N por 2 porque la mediana es el valor central,

\displaystyle \frac{21}{2} = 10.5.

Buscamos en la columna de las frecuencias acumuladas (F_i) el intervalo que contiene a 10.5

Clase de la mediana: [20, 25).

Aplicaremos la fórmula para el cálculo de la mediana para datos agrupados, extrayendo los siguientes datos:

L_i = 20.

\frac{21}{2} = 10.5.

f_i = 7.

F_{i - 1} = 8.

a_i = 5.

\displaystyle \text{Mediana} = 20 + \left( \frac{10.5 - 8}{7} \right) (5) = 21.786.

**Media**

Calculamos la sumatoria de la variable por su frecuencia absoluta (x_i f_i) que es 457.5 y la dividimos por N = 21

\displaystyle \overline{x} = \frac{457.5}{21} = 21.79

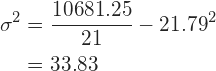
**Desviación media**

Calculamos la sumatoria de de los productos de desviaciones respecto a la media por sus frecuencias absolutas correspondientes \qquad \left( |x - \overline{x}| f_i \right)\qquad que es \qquad 98.571 \qquad y dividimos por \qquad N

\displaystyle D_{\overline{x}} = \frac{98.571}{21} = 4.694

**Varianza**

Calculamos la sumatoria de x_i^2 f_i = 10681.25, la dividimos por N y al resultado le restaremos la media aritmética al cuadrado, 21.79^2.



**Desviación típica**

Hacemos la raíz cuadrada de la varianza

\displaystyle \sigma = \sqrt{33.83} \approx 5.83 

**Cuartiles**

***Cálculo del primer cuartil***

Buscamos el intervalo donde se encuentra el primer cuartil, multiplicando 1 por  \qquad N = 25 \qquad  y dividiendo por  \qquad 4

\displaystyle \frac{(1)(21)}{4} = 5.25

Buscamos en la columna de las frecuencias acumuladas (F_i) el intervalo que contiene a  \qquad 5.25

La clase de Q_1 es: [15, 20)

Aplicaremos la fórmula para el cálculo de cuartiles para datos agrupados, extrayendo los siguientes datos:

L_i = 15.

F_{i-1} = 3.

f_i = 5.

a_i = 5.

\displaystyle Q_1 = 15 + \left( \frac{5.25 - 3}{5} \right)(5) = 17.25

***Cálculo del tercer cuartil***

Buscamos el intervalo donde se encuentra el tercer cuartil, multiplicando 3 por N = 21 y dividiendo por 4

\displaystyle \frac{(3)(25)}{4} = 15.75

Buscamos en la columna de las frecuencias acumuladas (F_i) el intervalo que contiene a 15.75

La clase de Q_3 es: [25, 30)

Aplicaremos la fórmula para el cálculo de cuartiles para datos agrupados, extrayendo los siguientes datos:

L_i = 25.

F_{i-1} = 15.

f_i = 4.

a_i = 5.

\displaystyle Q_3 = 25 + \left( \frac{15.75 - 15}{4} \right)(5) = 25.94 

**Deciles**

***Cálculo del tercer decil***

Buscamos el intervalo donde se encuentra el tercer decil, multiplicando 3 por N = 21 y dividiendo por 10

\displaystyle \frac{(3)(21)}{10} = 6.3

Buscamos en la columna de las frecuencias acumuladas (F_i) el intervalo que contiene a 6.3

La clase de D_3 es: [15, 20)

Aplicaremos la fórmula para el cálculo de deciles para datos agrupados, extrayendo los siguientes datos:

L_i = 15.

F_{i-1} = 3.

f_i = 5.

a_i = 5.

\displaystyle D_3 = 15 + \left( \frac{6.3 - 3}{5} \right)(5) = 18.3

***Cálculo del sexto decil***

Buscamos el intervalo donde se encuentra el sexto decil, multiplicando 6 por N = 21 y dividiendo por 10

\displaystyle \frac{(6)(21)}{10} = 12.6

Buscamos en la columna de las frecuencias acumuladas (F_i) el intervalo que contiene a 6.3

La clase de D_6 es: [20, 25)

Aplicaremos la fórmula para el cálculo de deciles para datos agrupados, extrayendo los siguientes datos:

L_i = 20.

F_{i-1} = 8.

f_i = 7.

a_i = 5.

\displaystyle D_6 = 20 + \left( \frac{12.6 - 8}{7} \right)(5) = 23.29 

**Percentiles**

El percentil 30 es igual al decil 3

\displaystyle P_{30} = D_3 = 18.3.

**Cálculo del percentil 70**

Buscamos el intervalo donde se encuentra el percentil 70, multiplicando 70 por N = 21 y dividiendo por 100

\displaystyle \frac{(70)(21)}{100} = 14.7

Buscamos en la columna de las frecuencias acumuladas (F_i) el intervalo que contiene a 14.7

La clase de P_{70} es: [20, 25)

Aplicaremos la fórmula para el cálculo de percentiles para datos agrupados, extrayendo los siguientes datos:

L_i = 20.

F_{i-1} = 8.

f_i = 7.

a_i = 5.

\displaystyle P_{70} = 20 + \left( \frac{14.7 - 8}{7} \right)(5) = 24.79

**9**Dada la distribución estadística:

|  |  |
| --- | --- |
|  | f_i |
| [0, 5) | 3 |
| [5, 10) | 4 |
| [10, 15) | 7 |
| [15, 20) | 8 |
| [20, 25) | 2 |
| [25, \infty) | 6 |

Hallar:

**a)** La **mediana y moda**.

**b) Cuartil** 1 y 3.

**c) Media**.

Solución

Dada la distribución estadística:

|  |  |
| --- | --- |
|  | f_i |
| [0, 5) | 3 |
| [5, 10) | 4 |
| [10, 15) | 7 |
| [15, 20) | 8 |
| [20, 25) | 2 |
| [25, \infty) | 6 |

Calcular:

**a)** La **mediana y moda**.

**b) Cuartil** 1 y 3.

**c) Media**.

Ampliamos la tabla con otra columna donde disponemos la frecuencia acumulada (F_i):

En la primera casilla colocamos la primera frecuencia absoluta.

En la segunda casilla sumamos el valor de la frecuencia acumulada anterior más la frecuencia absoluta correspondiente y así sucesivamente hasta la última, que tiene que se igual a N = 31.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | x_i | f_i | F_i |
| [0, 5) | 2.5 | 3 | 3 |
| [5, 10) | 7.5 | 5 | 8 |
| [10, 15) | 12.5 | 7 | 15 |
| [15, 20) | 17.5 | 8 | 23 |
| [20, 25) | 22.5 | 2 | 25 |
| [25, \infty) |  | 6 | 31 |
|  |  | 31 |  |

**Moda**

En primer lugar buscamos el intervalo donde se encuentra la moda, que será el intervalo que tenga la mayor frecuencia absoluta (f_i)

La clase modal es: [15, 20)

Aplicaremos la fórmula para el cálculo de la moda para datos agrupados, extrayendo los siguientes datos:

Límite inferior: 15

f_i = 8.

f_{i-1} = 7.

f_{i+1} = 2.

a_i = 5.

\displaystyle \text{Moda} = 15 + \left( \frac{8 - 7}{(8-7) + (8-2)} \right) (5) = 15.71 

**Mediana**

Buscamos el intervalo donde se encuentra la mediana, para ello dividimos la N por 2 porque la mediana es el valor central

\displaystyle \frac{31}{2} = 15.5

Buscamos en la columna de las frecuencias acumuladas (F_{i}) el intervalo que contiene a 15.5

Clase de la mediana: [15, 20)

Aplicaremos la fórmula para el cálculo de la mediana para datos agrupados, extrayendo los siguientes datos:

L_i = 15.

f_i = 8.

F_{i-1} = 15.

a_i = 5.

\displaystyle \text{Mediana} = 15 + \left( \frac{15.5 - 15}{8} \right) (5) = 15.31

**Cuartiles**

***Cálculo del primer cuartil***

Buscamos el intervalo donde se encuentra el primer cuartil, multiplicando 1 por N = 31 y dividiendo por 4

\displaystyle \frac{(1)(31)}{4} = 7.75

Buscamos en la columna de las frecuencias acumuladas (F_i) el intervalo que contiene a 7.75

La clase de Q_1 es: [5, 10)

Aplicaremos la fórmula para el cálculo de cuartiles para datos agrupados, extrayendo los siguientes datos:

L_i = 5.

F_{i-1} = 3.

f_i = 5.

a_i =5.

\displaystyle Q_1 = 5 + \left( \frac{7.75 - 3}{5} \right) (5) = 9.75

***Cálculo del tercer cuartil***

Buscamos el intervalo donde se encuentra el tercer cuartil, multiplicando 3 por N = 31 y dividiendo por 4

\displaystyle \frac{(3)(31)}{4} = 23.25

Buscamos en la columna de las frecuencias acumuladas F_i) el intervalo que contiene a 23.25

La clase de Q_3 es: [20, 25)

Aplicaremos la fórmula para el cálculo de cuartiles para datos agrupados, extrayendo los siguientes datos:

L_i = 20.

F_{i-1} = 23.

f_i = 2.

a_i = 5.

\displaystyle Q_3 = 20 + \left( \frac{23.25 - 23}{2} \right) (5) = 20.63

**Media**

**No** se puede calcular la **media**, porque no se puede hallar la marca de clase del último intervalo.